Ю.Н. ТОЛСТОВА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ И СОЦИОЛОГИЯ

ТОЛСТОВА Юлиана Николаевна – доктор социологических наук, профессор, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»; главный научный сотрудник, Институт социологии ФНИСЦ РАН, Москва, Россия (untolstova@mail.ru).

Аннотация. *В социально-экономических исследованиях большую роль играют методы математического моделирования социальных процессов, масштаб развития которых позволяет говорить о них как об относительно автономной ветви науки. Данная ветвь зародилась в экономике, однако задачи, решаемые ею, нередко возникают и в социологии. Тем не менее социологи слабо интересуются этими методами. В настоящей статье анализируются причины подобного отношения, описывается характер задач, решаемых с помощью моделирования, обосновывается его важность для социолога, затрагивается проблема адаптации методов моделирования к потребностям социологии. Примеры практического использования моделирования для решения социологических задач взяты из публикации О.А. Нор-Аревян, Л.В. Тарасенко, Г.А. Угольницкого. Настоящий же материал рассматривается автором как введение в указанную статью, раскрывающее ее значимость для социологии.*

Ключевые слова*: методы моделирования социальных явлений • макроэкономические модели • модель • роль математики в науке*

DOI: 10.31857/S013216250001965-4

Постановка проблемы

Статья О.А. Нор-Аревян, Л.В. Тарасенко и Г.А. Угольницкого нетипична для «Социологических исследований»[1]. Она требует повышенного знания математики (по сравнению со знанием среднего читателя журнала), и поэтому может создаться впечатление, что ее следовало бы разместить в ином издании (такую точку зрения нам доводилось слышать от коллег). Однако мы попытаемся обосновать целесообразность ее публикации именно здесь. Обсуждаемая статья содержит описание применения для решения социологической задачи таких методов, которые, несмотря на свою пользу, до сих пор мало используются социологами – *методов моделирования социальных процессов*. Ее авторы практически не раскрывают сути самих методов, полагая их, вероятно, в достаточной степени знакомыми социологу. К сожалению, наш опыт говорит об обратном. Многим социологам чужда даже сама логика использования методов моделирования, и это может стать причиной негативного отношения к статье и игнорирования перспективного для социологии методного направления.

На лицо серьезное противоречие. С одной стороны, существует огромное исследовательское направление, именуемое «математическим моделированием социальных процессов»[2], в рамках которого разработано много эффективно использующихся

[1] См. [Нор-Аревян и др., 2018].

[2] Далее, говоря о «математическом моделировании социальных процессов», мы будет называть его «математическим моделированием» или же просто «моделированием».

математических моделей социальных явлений. С другой, эти методы крайне редко применяются социологами, поскольку последние видят в них чуждую для себя материю. В подобной ситуации мы считаем необходимым обсудить смысл данного направления, родившегося на стыке экономики и математики, рассмотреть круг основных задач, решаемых с помощью методов моделирования, и показать их актуальность не только для экономики, но и для социологии. Примеры же для наших рассуждений мы позаимствуем из обсуждаемой статьи, посвященной моделированию социального партнерства в системе дополнительного профессионального образования (ДПО).

Проблема налаживания контакта между социологией и математикой. Одна из причин описанного нами противоречия заключается в существующем между социологами и математиками непонимании. В моделях обычно используется довольно сложный, мало знакомый социологу математический язык. Даже хорошо подготовленный современный молодой специалист, окончивший социологический факультет и освоивший известные статистические пакеты еще на этапе обучения в вузе, далеко не всегда знает, что такое дифференциальные и интегральные уравнения, часто встречающиеся при моделировании социальных процессов. Это незнание дополнительно упрочивается широко распространенным в социологической среде предубеждением против математических методов и математического формализма, якобы слишком грубых для фиксации и описания сложных, тонких межчеловеческих и межгрупповых отношений. В свою очередь, математики нередко «свысока» смотрят на социологические теории в силу отсутствия в них той точности и определенности, которую обычно связывают с возможностью использования математического аппарата. Некоторые идут еще дальше и отрицают за социологией сам статус науки.

От подобного рода непонимания страдает, прежде всего, социология. Чтобы стали ясны ее потери из-за отсутствия рабочего контакта между математиками и социологами, постараемся показать, в каком смысле и почему процесс построения и изучения математической модели социального явления может рассматриваться в качестве эффективного способа познания последнего. Говоря о математике в науке, в том числе и в сфере социально-гуманитарного знания, следует различать две ее ипостаси: *формальную* (связана с изучением профессионалами-математиками формальных объектов по определенным формальным правилам) и *гносеологическую* (связана с моделированием процессов, происходящих в окружающем нас мире). Обычно социолог воспринимает математику лишь через призму первой ее ипостаси, забывает о второй и не задается вопросом, как предлагаемый ею формальный аппарат (чаще всего это анализ данных) связан с жизнью. Однако успешное моделирование любого социального «объекта» возможно только при наличии тесного союза математика и социолога, поскольку предполагает обращение к обеим указанным ипостасям. И если с задачей построения формальных моделей первый в состоянии справиться сам, не погружаясь в социологию, то гносеологическая (познавательная) задача без профессионала-социолога реализована быть не может в принципе.

Этапы процесса моделирования. Для того чтобы охарактеризовать роли социолога и математика при моделировании, рассмотрим данную процедуру более подробно, поэтапно (в действительности же оба описываемых ниже этапа взаимосвязаны, и их не всегда удается четко отделить друг от друга). *Первый этап – построение основной модели*, являющейся, по сути, четкой записью априорных представлений социолога о моделируемом фрагменте реальности. Поэтому прежде чем приступать к ее созданию, он должен понять, что́ именно он знает о конкретном явлении или процессе, что́ не знает, что́ и каким образом можно измерить. Также следует определить совокупность изучаемых объектов, то есть множество-носитель рассматриваемой модели (его элементы тоже называются носителями модели), указать необходимые переменные, способы их измерения, сделать предположения о форме связи между ними и т.д. Фактически на этом этапе происходит реализация гносеологической функции математики – выделяется фрагмент реальности, подлежащий изучению, и вычленяются те ее части, которым будут ставиться в соответствие математические объекты. Реальность бесконечна, и ограничить ее – задача именно социолога. Поясним сказанное на примере из [Нор-Аревян и др., 2018].

Обсуждение сути выстраиваемой модели имеет смысл начать с определения цели моделирования. В качестве таковой может выступать изучение и совершенствование педагогического процесса в ДПО. В таком случае объектом моделирования станут, в частности, трудовые взаимоотношения всех участников процесса, а его целью – выявление того типа отношений, при которых ДПО будет функционировать хорошо.

Однако можно действовать и по-другому, например, прибегнуть к логике *теории игр*. Согласно ей каждый участник изучаемого процесса (ДПО), то есть *игрок*, обладает неким потенциалом, позволяющим ему участвовать в процессе – *бюджетом*. Последний понимается довольно широко: это и финансы, и элементы человеческого и социального капитала, и время, и, возможно, еще что-то. Бюджет распадается на две части: *личную*, или *частную* (ее игрок посредством частной деятельности расходует на получение личного – находящегося вне рамок учебного процесса – выигрыша/дохода), и *направленную на обеспечение работы ДПО*. Тогда цель моделирования будет заключаться в определении того, как должен распределять свой бюджет каждый участник, чтобы одновременно максимизировать и свой личный выигрыш, и свой вклад в деятельность ДПО.

В качестве примера возьмем студентов. Денежный бюджет данной группы участников складывается из трат на удовлетворение личных материальных нужд (питание, одежда, депозит в банке, покупка компьютера и т.д.) и на оплату образовательных услуг, а временнóй – из времени, расходуемого на учебу и на не связанные с ней занятия (сон, посещение культурных мероприятий – личный выигрыш). То, как студент распределяет свой бюджет между личными и образовательными целями, в математической модели выражается формулой, учитывающей двойственность его интересов: он хочет максимизировать не только свой личный выигрыш, но и свою долю в обеспечении надлежащего уровня профессиональной подготовки в рамках ДПО (а еще лучше, долю во вкладе этого уровня в общественную полезность) [3]. Говоря другими словами, мы *формализуем* принцип, по которому формируется вклад студентов в общую работу ДПО.

Важными шагами при построении модели являются 1) введение ряда показателей, характеризующих разные стороны изучаемого процесса, в том числе *показателя состояния модели* (в нашем случае это *уровень профессиональной подготовки студентов*), и 2) ее *идентификация* – выбор переменных, установление вида связывающих их функций и т.д. (некоторые делаемые в процессе идентификации уточнения могут потребовать довольно сложных дополнительных исследований). Обычно модели включают в себя массу *подмоделей* (каждую из них тоже надо построить и идентифицировать) и нередко содержат так называемые *параметры* – константы, могущие принимать любое числовое значение. Все подмодели, входящие в модель, образуют сложную систему уравнений, которую надо решить, неравенств, которые необходимо соблюсти, и функционалов (функций от функций), для которых требуется найти условия их экстремальности (достижения наибольшего или наименьшего значение). За неизвестные при этом обычно принимают переменные, выбранные исследователем при построении модели. Ее решением становятся такие значения данных переменных, при которых упомянутая система уравнений решается, все неравенства соблюдаются, а анализируемые функционалы принимают экстремальные значения. Как видим, на первом этапе задействованы обе ипостаси математики. Здесь есть работа и для социолога, и для математика.

Второй этап – анализ модели, поиск и интерпретация её решения. Поиск решения почти всегда оказывается довольно сложной математической задачей, и поэтому математика тут выступает в своей формальной ипостаси. После его нахождения возникает другая задача – полученное решение необходимо *интерпретировать*, то есть сделать на его базе содержательные выводы, а также установить, как решение зависит от числовых значений параметров модели, какие типы решений существуют (оно не всегда бывает единственным) и т.д. Анализ решения невозможен без тесного контакта между социологом и математиком.

Некоторые специфические трудности использования методов моделирования в социологии. Процесс построения и анализа модели любого социального явления или процесса – дело непростое, в первую очередь из-за сложности самой формализации

[3] Особо подчеркнем, речь здесь идет о максимизации не абсолютного размера инвестиций студента в учебу (в виде части бюджета), а их доли. На наш взгляд, нет смысла говорить о стремлении учащегося к максимизации этих инвестиций, скажем, в рублях, поскольку качество его подготовки зависит не только от конкретно его расходов, но и от многих других факторов: от вкладов остальных участников процесса ДПО, участия государства в его работе и т.д. Поэтому больший расход студента вовсе не обязательно будет способствовать более высокому уровню подготовки.

социального. Постараемся вкратце обрисовать трудности, возникающие при использовании методов моделирования именно в социологии, и пояснить, чем эти методы не похожи на методы, привычные для социологов.

Привязка моделей, традиционных для методов моделирования, к экономике. Моделирование социальных процессов зародилось в экономике, и потому многие популярные приемы, хорошо описывающие экономические ситуации, не подходят для социолога. За примерами вновь обратимся к [Нор-Аревян и др., 2018]. Наверное, авторов можно было бы упрекнуть за то, что при анализе социального партнерства они руководствовались гипотезой экономической рациональности и ограничились исключительно рационально-целевым подходом к пониманию человеческого поведения. Однако именно такой подход наиболее часто используется в экономике и является своего рода традицией. Конечно, модель стала бы более адекватной по отношению к изучаемому явлению (социальному партнерству), если бы включала и некоторые социально-психологические характеристики человека. Тем не менее авторы статьи предпочли не покидать традиционные (для методов моделирования) рамки, поскольку, позволим себе предположить, учет того, что человек есть не только «гомо экономикус», повлек бы за собой гораздо больший объем работы. При этом неизвестно, стоило бы достигнутое в результате улучшение модели затраченных усилий.

Использование макроэкономических моделей, часто весьма трудных для проверки. Пригодность принятых в экономике моделей нередко ставится социологом под сомнение. Но действительно ли проблема в моделях? Или же они лишь кажутся ему неподходящими, поскольку логика их построения для него непривычна? Обычно социологи прибегают к индуктивному способу построения моделей, основанному на использовании методов анализа данных (например, имея результаты измерения неких переменных для отдельных респондентов, исследователь ищет общую для всех опрошенных регрессионную зависимость между этими переменными). Напротив, макроэкономические (и аналогичные им макросоциологические) модели формулируются на основе теоретических разработок и практических наблюдений, но никак не на основе выводов от частного к общему. Поясним на примере.

Обозначим входящую в модель переменную «уровень профессиональной подготовки студентов ДПО», именуемую авторами *переменной состояния модели*, как $x(t)$, где t – время. Любому социологу, привыкшему к логике анализа данных, ясно, что для измерения этого уровня желательно провести фундаментальное исследование, включающее в себя тестирование студентов ДПО с целью выяснения уровня подготовки каждого из них, экспертный опрос и опрос выпускников ДПО, процедуры агрегирования ответов студентов и вычисление на их основе итогового индекса для каждого учащегося, вычисление средних для групп студентов конкретного вуза, региона и пр. Приведенная схема соответствует индуктивной логике получения обобщенных показателей – от информации о каждом отдельном респонденте к агрегированным индексам по группе в целом. Однако подобная индукция не в традиции моделирования, и поэтому в рассматриваемой статье она отсутствует. Тем не менее авторы все же делают некоторые предположения относительно функции $x(t)$ (см. ниже формулу (3)). Более того, следуя современным веяниям, они отходят от устоявшейся традиции и признают социологические исследования в качестве одного из фрагментов процесса создания модели. В ряде мест они специально указывают, где такие исследования могли бы оказаться полезными при решении стоящей перед ними задачи.

Измерение упомянутого выше вклада переменной $x(t)$ в общественную полезность – задача еще более сложная, чем измерение самой $x(t)$. В статье же данная трудность обходится путем предположения, что указанный вклад равен $cx(t)$, где c – некая константа, то есть параметр модели, и в этом есть определенный резон. Очень часто ученые лишены возможности провести необходимое исследование. Им приходится идти по пути «наименьшего сопротивления»: сильно упрощая априорные представления об изучаемом объекте, выбирать наиболее простое (но, конечно, правдоподобное) соотношение, опираться на собственный научный опыт, заимствовать нужную формулу из литературы и т.д. Оправданием такого подхода служит то, что даже достаточно грубая, иногда в чём-то заведомо неадекватная модель, как показывает практика, нередко оказывается полезной и позволяет (в определенных пределах, естественно) делать верные прогнозы. Социологами описанная логика воспринимается с трудом. Один из вопросов, который может возникнуть у них в данной ситуации: почему, например, искомая зависимость линейна? Наверное, об этом говорит опыт построения аналогичных функций в экономике, и экономисту все ясно без лишних слов. На наш взгляд, подобные допущения всегда должны оговариваться и обосновываться при изложении модели, но в реальности такое происходит редко.

Специфические (для социологии) трудности идентификации модели. Анализ специфики использования методов моделирования в социологии требует более детального обсуждения понятия «идентификация модели», нежели сделанные выше относительно него замечания. И начнем мы с дефиниции. Однозначного определения данного понятия не существует. В экономике под идентификацией модели обычно понимают выбор переменных и параметров составляющих ее уравнений, а также их статистическую оценку общепринятыми методами математической статистики, если мы имеем дело со статистической ситуацией. Уже здесь не все подходит для социолога. В моделировании говорить об идентификации считается возможным только тогда, когда модель в основном определена и остается найти лишь входящие в неё коэффициенты. Однако на практике нередко возникает ситуация, когда неизвестен даже вид функций, формирующих модель, и эти функции надо еще «искать». Поэтому нам импонирует подход авторов рассматриваемой статьи. Они выделяют два вида идентификаций: «структурную идентификацию (выбор классов функций, участвующих в построении модели) и числовую идентификацию (определение значений параметров этих функций)» [Нор-Аревян и др., 2018: 16]. Попытаемся «перевести» сказанное на язык анализа данных. Фактически речь идет о ситуации, при которой, например, мы знаем, что хорошей здесь будет регрессионная модель, но понятия не имеем, какого вида функция должна лежать в её основе (линейная или парабола) и каковы параметры этой модели (скажем, коэффициенты, задающие конкретную прямую или параболу).

Другой специфический для социологии момент – важность выбора не только переменных, но также способа их измерения (шкалирования) и самих объектов – носителей соответствующих значений. Во многих известных моделях (в том числе и в рассматриваемой нами) используются такие математические понятия, как дифференциал и интеграл. По сути, это идеальные модели, основанные на представлении о бесконечности и потому в принципе не реализуемые на практике. В реальности им соответствуют некие конечные разности и суммы. В естественных науках и в экономике использование подобных идеальных моделей часто оказывается весьма эффективным. Напротив, в социологии с ними стоит быть более осторожными, поскольку упомянутая замена формальных конструкций, включающих в себя бесконечность, на конструкции, свободные от этого, требует, чтобы соответствующие переменные были измерены, по крайней мере, по интервальной шкале.

Третья специфическая ситуация возникает, когда исследователь пытается дополнить модель новыми, нетрадиционными элементами. В этом случае он рискует столкнуться с трудностями поиска решения: можно построить прекрасную, адекватную модель, для которой не удастся найти (математическое) решение. В то же время для известных, хорошо зарекомендовавших себя в экономике моделей уже разработаны методы получения их решения. Потому иногда имеет смысл обратиться к модели пусть и не совсем адекватной, но зато гарантированно решаемой. Кроме того, использование даже заведомо «неполноценных» моделей может быть осмысленным, если рассматривать их как своего рода ступеньки на пути построения более полноценных вариантов.

О конкретной модели социального партнерства в системе ДПО

Рассмотрим ряд примеров, иллюстрирующих высказанные выше положения. Все вводимые далее обозначения взяты из обсуждаемой статьи. Ее авторы не приводят общего вида построенной модели. Не будем пытаться восстановить ее и мы.

Идентификация элементов модели: выбор объектов и переменных. В статье выделяются три группы участников системы ДПО: работники организации (вуза), осуществляющей дополнительное образование (В), студенты той же организации (С) и работодатели, заинтересованные в приеме на работу лиц, получивших ДПО (Р). Уже здесь можно заметить упрощение относительно реальной ситуации, так как «за бортом» оказываются иные возможные участники изучаемого процесса: потенциальные абитуриенты, привлечением которых должен заниматься вуз, реализующий услуги ДПО; преподаватели, ведущие занятия со студентами прочих форм обучения и при этом желающие или, наоборот, не желающие работать в системе ДПО, и т.д. Однако авторы, следуя традиции, сознательно делают выбор в пользу упрощения.

Каждая из трех групп участников обладает своим бюджетом. Не задаваясь вопросом о том, как этот бюджет формируется из бюджетов отдельных индивидов[4], обозначим общие бюджеты групп через $r_{\text{В}}$, $r_{\text{С}}$, $r_{\text{Р}}$, или, в общем виде, через r_i (i = В, С, Р). Предположим, что на нужды ДПО данные группы из своих бюджетов выделяют части $u_{\text{В}}$, $u_{\text{С}}$ и $u_{\text{Р}}$ соответственно. Это наши *переменные*, а выражение $(r_i - u_i)$ означает частную (личную) часть бюджета i-й группы. Будем считать также, что весь процесс носит динамический характер: все переменные изменяются во времени, изучаемый промежуток которого фиксирован. Именно поэтому выше мы обозначили функцию x, выражающую уровень подготовки студентов, как $x(t)$. Кроме того, следует принять во внимание еще одно условие: изменения вкладов групп (игроков)[5] связаны друг с другом. Если, скажем, студенты увеличат свой вклад в ДПО, то сам по себе этот шаг вряд ли приведет к улучшению функционирования последнего без одновременного повышения эффективности работы преподавателей и т.д.

Идентификация модели: поиск функций с параметрами. Для того чтобы показать, что представляет собой идентификация модели, и продемонстрировать, как в ходе ее осуществления должны сочетаться содержание и формализм (труд социолога и математика), рассмотрим еще несколько (наиболее простых) примеров из обсуждаемой статьи.

Выше, говоря о своеобразии макроэкономических функций, использующихся в моделировании, мы ввели функции $x(t)$ и $cx(t)$ – уровень подготовки студентов в ДПО и вклад этого уровня в общественную полезность соответственно. Далее, через $s_i(t)$ обозначим долю i-го игрока в указанной общественной полезности (i может принимать значения С, В, Р). Тогда выражение

$$s_i(t)\ cx(t) \tag{1}$$

будет обозначать вклад i-й группы участников (i-го игрока) в общественную полезность. Не вдаваясь в подробности относительно вида функции $s_i(t)$, отметим лишь, что она аналогична константе c, но в отличии от нее «привязана» к конкретному игроку и зависит от времени.

Обозначим через

$$g_i(r_i - u_i) \tag{2}$$

доход i-го игрока в зависимости от его частного бюджета. Если в модель будет включена данная функция (а она будет включена), то необходимо определить ее вид. В статье для этого используется функция $g_i(r_i - u_i) = k_i(r_i - u_i)^{g_i}$, где $k_i > 0$, $0 < p_i < 1$ – параметры модели. Для прояснения характера указанной функции рассмотрим один из ее частных видов, возникающий при $k = 1$ и $p = 1/2$ (см. рис.). Перед нами хорошо известный со школьной скамьи график корня квадратного: для малых значений аргумента кривая идет круто вверх, для больших – ее наклон становиться меньше. В нашем случае это означает, что при малых значениях частного бюджета уже небольшое его приращение ведет к резкому увеличению личного дохода, а при больших значениях – даже значительное увеличение вызывает относительно малый прирост. В зависимости от того, о каком именно бюджете идет речь, содержательный смысл кривой будет трактоваться по-разному. Если под бюджетом понимать, например, деньги, тогда интерпретация может быть следующей. Бедный студент, у которого после оплаты расходов на ДПО остается мало личных средств, вынужден потреблять пищу низкого качества, при этом даже небольшой прирост средств даст ему возможность улучшить качество питания (то есть его выигрыш (доход) заметно возрастет). Относительно богатый студент питается сравнительно хорошо вне зависимости от всех прочих трат, и потому даже большое приращение его личного бюджета вряд ли скажется на повышении качества пищи. Скорее всего, полученное приращение он израсходует на иные цели.

Теперь рассмотрим некоторые предположения относительно функции $x(t)$ – уровня подготовки студентов, зависящего от времени. Уточним обозначения, введя в формулу зависимость от времени личных вкладов игроков в частные бюджеты: вместо u_i будем

---

[4] Обычно характеристики группы в целом получаются путем усреднения по всем входящим в нее людям.

[5] Здесь и далее выражения «игрок» и «группа игроков» используются как синонимы.

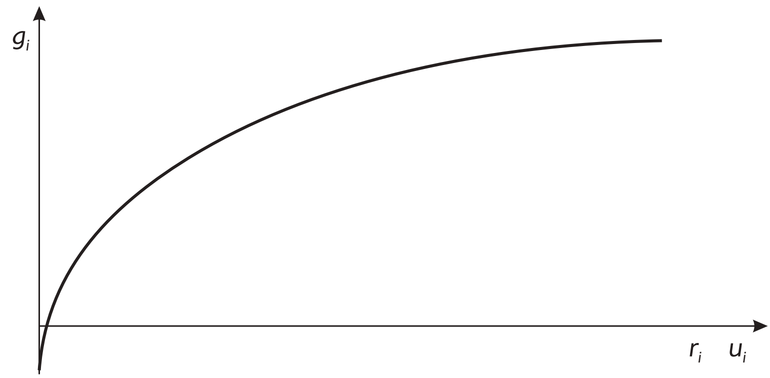

Рис. График функции $g_i(r_i - u_i) = k_i(r_i - u_i)^{p_i}$ при $k = 1$ и $p = 1/2$

Источник: [Нор-Аревян и др., 2018].

писать $u_i(t)$, подразумевая под этим целую последовательность значений переменной u_i во все наблюдаемые моменты времени. Назовем такие (динамические) последовательности *стратегиями игроков*. В обсуждаемой статье используется довольно типичный для методов моделирования приём: функция задаётся своей производной по времени, то есть скоростью её изменения:

$$dx/dt = b_B\, u_B(t) + b_P\, u_P(t) + b_C\, u_C(t). \quad (3)$$

Коэффициенты b положительные, и их смысл должен быть понятен социологам, знающим способы интерпретации коэффициентов уравнения регрессии: параметры b_B, b_P, b_C отражают повышение (например, за год) уровня профессиональной подготовки при единичных инвестициях соответствующего игрока, если инвестиции остальных игроков отсутствуют. Другими словами, скорость изменения уровня подготовки студентов пропорциональна вкладам каждого из участников процесса (точнее, взвешенной сумме их вкладов). Данное предположение представляется нам естественным.

На этом, полагаем, первый этап моделирования можно считать завершенным. Модель построена. Как отмечалось выше, авторы не приводят ее общего вида, и это, наверное, правильно. Он достаточно сложен для восприятия не-математика и будет только мешать достижению основной цели статьи.

Получение решения и интерпретация результатов. В основе модели, мы уже упоминали об этом, лежит предположение, что каждый из участников ДПО стремится к максимизации одновременно двух своих показателей: *выигрыша* (2), полученного на базе личного бюджета, и *вклада* (1) в общественную полезность. Создание соответствующего фрагмента модели требует построения некой функции (ее мы будем максимизировать), в основе которой лежала бы сумма упомянутых выигрыша и вклада. Однако данная сумма еще не является функционалом, подлежащим максимизации. Разумное решение задачи оптимизации станет возможным при соблюдении двух условий. Во-первых, наша сумма должна быть определенным образом нормирована[6]. А во-вторых, стремление к максимизации должно иметь место для всех моментов времени и для всех участников процесса. Для того чтобы достичь этого, просуммируем выигрыш и вклад по всем моментам времени. Подобная сумма в пределе, когда время представляется как непрерывная функция с бесконечным числом значений, превращается в интеграл. В итоге мы получаем три интеграла – по числу наших групп участников. Их сумма и есть искомый функционал, и для него мы должны найти такие последовательности значений переменных, при которых он принимает максимальные значения.

[6] Мы не будем подробно останавливаться на этом моменте, так как, на наш взгляд, осмысление нормировки не является необходимым для понимания смысла используемого метода моделирования.

Кроме всего вышеперечисленного, в систему математических соотношений, представляющих нашу модель, входят еще ряд очевидных неравенств типа $0 \le u_i \le r_i$ и формальное выражение функции $x(t)$. Поскольку последнюю «в лоб» найти затруднительно, заменим ее производной по времени (3). Данная трактовка скорости изменения уровня подготовки студентов представляется естественной.

Решение модели – это набор динамических рядов (значений вкладов игроков в их личные выигрыши, вычисленных для ряда моментов времени), каждый из которых мы трактуем как стратегию поведения одного игрока. Элементы такого решения максимизируют упомянутый выше функционал, удовлетворяют неравенствам и уравнению, вкупе составляющим систему, формирующую нашу модель. Находя решение, мы тем самым выявляем интересующие нас стратегии игроков. В этом и заключается смысл моделирования. Здесь нет никакой индукции, типичной для анализа данных. Предположили определенные механизмы функционирования всех фрагментов изучаемого процесса – нашли стратегии игроков.

Соотношения, связывающие переменные модели, довольно сложны, поэтому задача поиска решения тоже непростая. Роль математики в ее реализации представляется очевидной. Для многих часто встречающихся ситуаций методы нахождения решения разработаны. Один из таких подходов используется и в обсуждаемой статье – известный в теории игр критерий Нэша. В его основе лежит приведение нашей системы из трех стратегий к некоему состоянию равновесия по Нэшу ($u_{\mathrm{B}}^{\mathrm{NE}}$, $u_{\mathrm{P}}^{\mathrm{NE}}$, $u_{\mathrm{C}}^{\mathrm{NE}}$): например, если рассматриваемый период времени равен пяти годам, то мы получим три последовательности, каждая из которых будет состоять из пяти чисел. Исходя из определения равновесия по Нэшу, ни один игрок не может, изменив свою стратегию, увеличить выигрыш, если остальные участники тоже не изменят свои стратегии. Другими словами, предполагается, что никому из игроков не выгодно отклоняться от согласованной стратегии, если остальные не отклоняются. Существование соответствующего решения в широком круге задач (в том числе и в нашей) было доказано американским математиком Дж. Нэшом.

Перейдем к обсуждению *интерпретации решения* и постараемся на примере показать, какие возможности для нее появляются благодаря сочетанию следующих свойств формализма[7]: (а) решение неоднозначно, соответствующих троек стратегий может быть бесконечно много; (б) даже если некие три стратегии являются формальным решением, это не означает, что такое решение может реально встречаться в жизни; (в) отдельные последовательности триад могут иметь специфичный вид, поддающийся содержательной интерпретации; (г) то же можно сказать и о тройках последовательностей в целом, образующих одно решение (например, если расходы одной последовательности из года в год вдвое превышают расходы другой и совпадают с расходами третьей, это может свидетельствовать о наличии координации действий соответствующих игроков); (д) отдельные решения (наборы триад) можно сравнивать друг с другом по тому, какое из них лучше, то есть для которого из них описанный выше функционал из модельной системы принимает большее значение.

Обладающие определенными свойствами стратегии игроков авторы соотносят с понятием «чистого эгоизма» и «чистого альтруизма» последних (см. п. (в)). В первом случае игроку выгодно расходовать весь бюджет только на частную деятельность, во втором – на поддержку функционирования ДПО. Далее, исходя из п. (д), утверждается, что «альтруизм» приводит к лучшему решению, нежели «эгоизм». В соответствии с п. (г) происходит выделение наборов триад стратегий (организации социального партнерства), условно названных авторами *изоляция*, *иерархия*[8] и *кооперация*. Проведенный затем сравнительный анализ эффективности этих стратегий позволил упорядочить их по степени благоприятности: изоляция – иерархия – кооперация, и продемонстрировать, как для достижения наилучшего результата имеет смысл согласовывать частные и общественные интересы. Авторами полагают (п. (д)), функционирование системы ДПО можно улучшить посредством добровольной кооперации игроков или введения иерархического управления. Следствием же повышения координации станет улучшение решения.

---

[7] Нижеследующие пункты выделены нами.

[8] Предполагает участие государства в качестве ведущего игрока, навязывающего определенную стратегию другим игрокам.

Заключение. Надеемся, наши размышления сумели хотя бы нескольких читателей заинтересовать анализируемой статьей. Возможно, после ее прочтения кто-то отважится на построение собственных моделей тех или иных социальных явлений и с их помощью получит новое знание о последних, а заодно обогатит методный арсенал социологии еще одним новым эффективным подходом. Кроме того, мы уверены в необходимости создания специальных учебных материалов с описанием методов моделирования, нацеленных именно на социолога, и воспринимаем настоящий текст как один из шагов в соответствующем направлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ [REFERENCES]

Нор-Аревян О.А., Тарасенко Л.В., Угольницкий Г.А. Математическое моделирование социального партнерства: методология междисциплинарного исследования (на примере системы дополнительного профессионального образования) // Социологические исследования. 2018. № 4. С. 15–24. [Nor-Arevyan O.A., Tarasenko L.V., Ougolnitsky G.A. (2018) Differential-game Modeling of Social Partnership (in the System of Continuing Professional Education as an Example): a Methodology of Interdisciplinary Research. *Sotsiologicheskie issledovanija* [Sociological Studies]. No. 4: 15–24. (In Russ.)]

Статья поступила: 24.01.18. Принята к публикации: 19.05.18.

MATHEMATICAL MODELING OF SOCIAL PROCESSES AND SOCIOLOGY

TOLSTOVA Yu.N.

National Research University «Higher School of Economics», Russia

Yuliana N. TOLSTOVA, Dr. Sci. (Sociol.), Prof., National Research University «Higher School of Economics»; Chief Researcher, Institute of Sociology, Federal Center of Theoretical and Applied Sociology, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia (un-tolstova@mail.ru).

Abstract. In socio-economic studies, an important role is played by the so-called methods of mathematical modeling of social processes, the scale of development of which allows us to speak of their totality as a relatively autonomous branch of science. This branch was born in the economy. However, the problems solved by it, often arise in sociology. Sociologists are very weakly interested for appropriate methods. This article analyzes the causes of this phenomenon; the nature of those basic tasks that are solved with the help of modeling is described; their importance for the sociologist is justified; it specifies how to adapt the modeling methods to the needs of sociology. Examples of the practical use of modeling in the study are taken from the publication of Nor-Arevyan, Tarasenko, Ugolnitsky, mentioned above. An anonymous article can be considered an introduction to this publication of three authors, allowing a sociologist to assess its significance for sociology.

Keywords: methods of modeling social phenomena, macroeconomic models, model, the role of mathematics in science.

Received: 24.01.18. Accepted: 19.05.18.